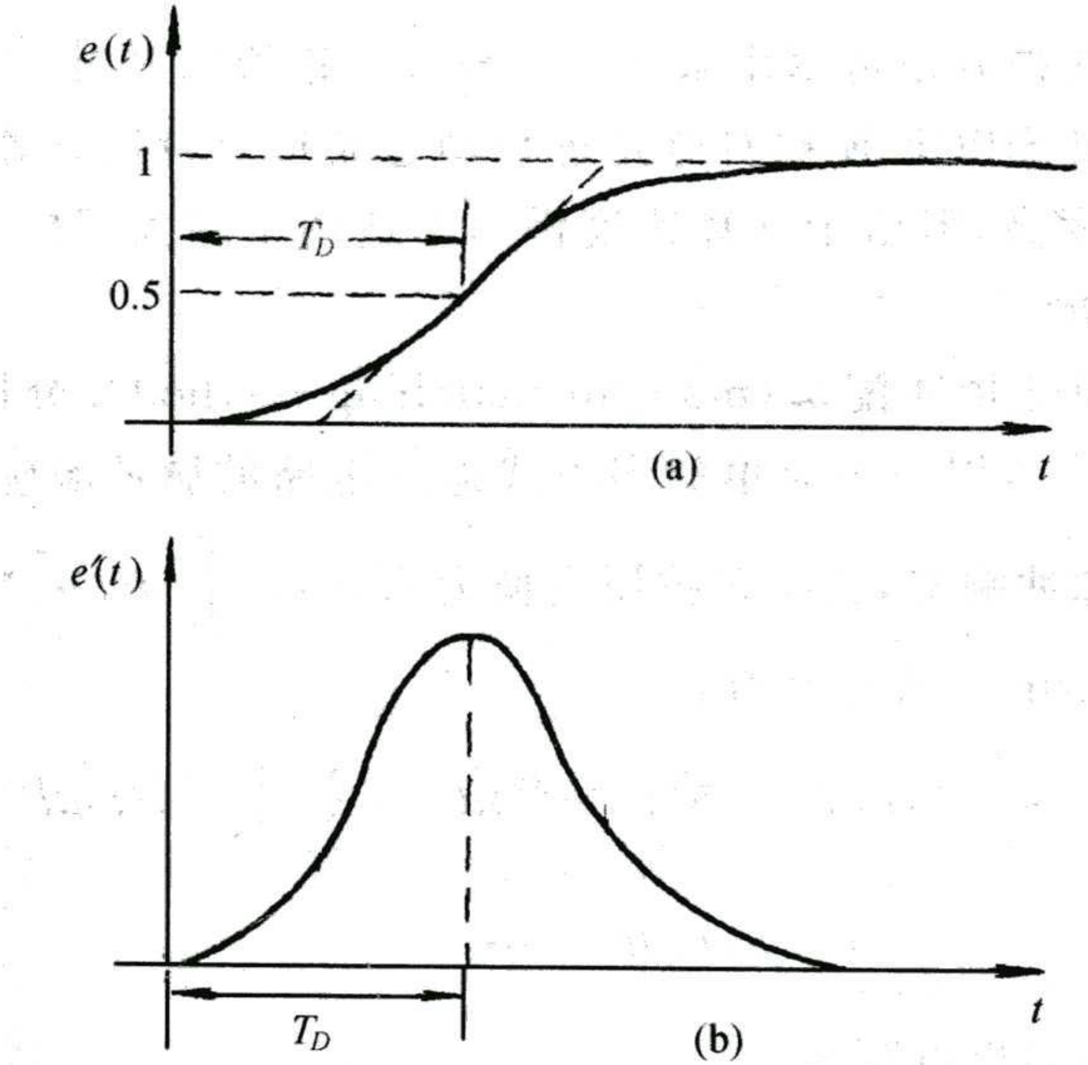
时间延迟(time delay)

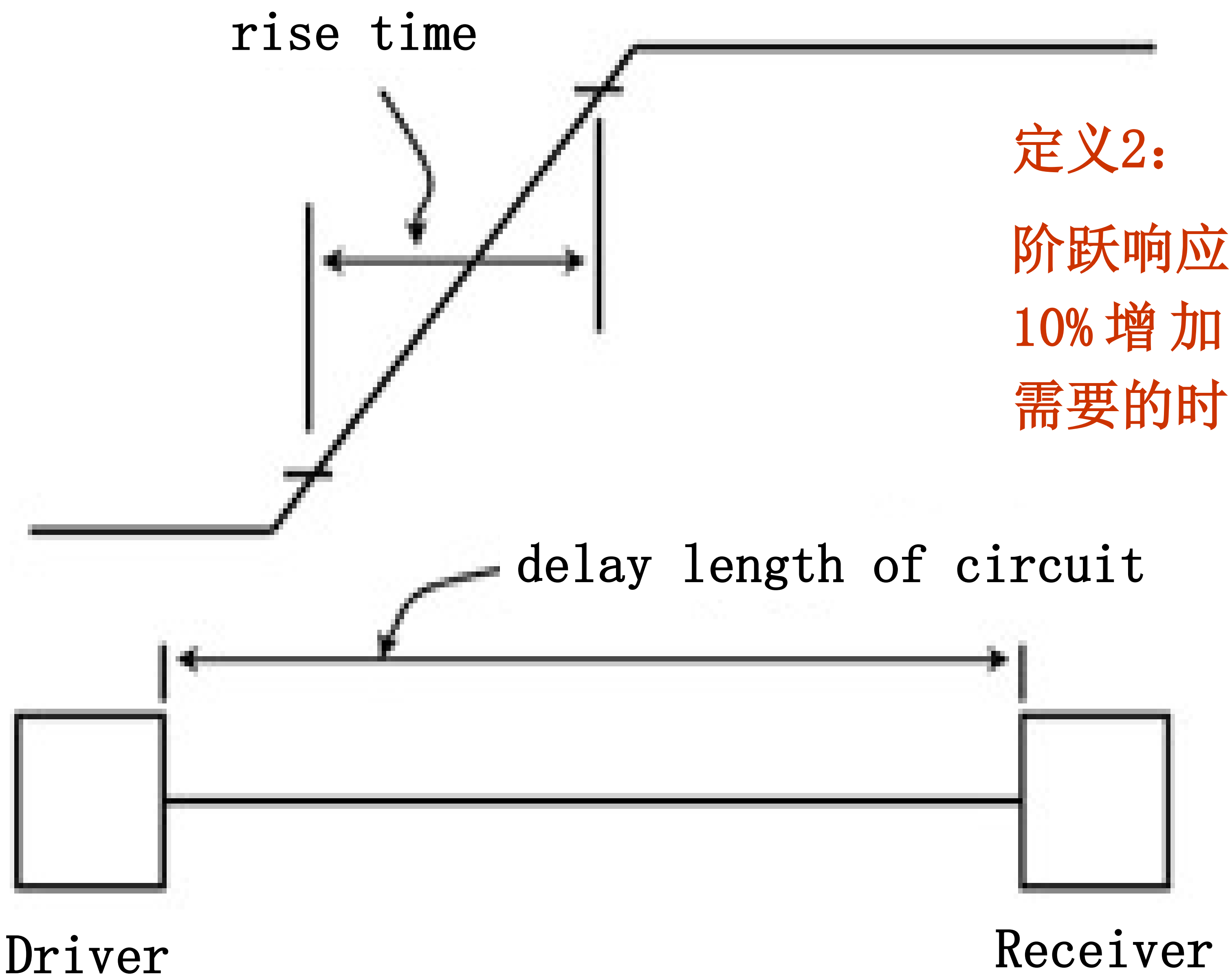


定义1：

阶跃响应达到终值一半时所需要的时间 T_D

$$T_D = \int_0^{\infty} t e'(t) dt$$

时间延迟(time delay)



定义2：

阶跃响应由终值的10%增加到90%所需要的时间T_R

时间延迟计算&模拟方法

1. SPICE电路级模拟。

（Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis）

- 对电路进行动态波形分析来计算延时，优点是精度高。对于复杂度愈来愈高的ULSI延时分析，提取关键连线分析。
- 可进行非线性直流分析、非线性瞬态分析和线性交流分析等。
- 被分析的电路中的元件可包括电阻、电容、电感、互感、独立电压源、独立电流源、各种线性受控源、传输线以及有源半导体器件等。
- Hspice、Pspice等

时间延迟计算&模拟方法

2. Elmore延时模型。

- 把延时度量为从t=0时起到阶跃响应上升到终值的一半（即50%）的时间T_d。

- 计算简单，但具有一定的局限性。如果响应曲线***e(t)***为非单调，Elmore延时计算结果可能不太准确。

- 计算上可以表达为阶跃响应导数***e'(t)***曲线下面积的质心对应T_d:

$$T_D = \int_0^{\infty} t e'(t) dt$$

时间延迟计算&模拟方法

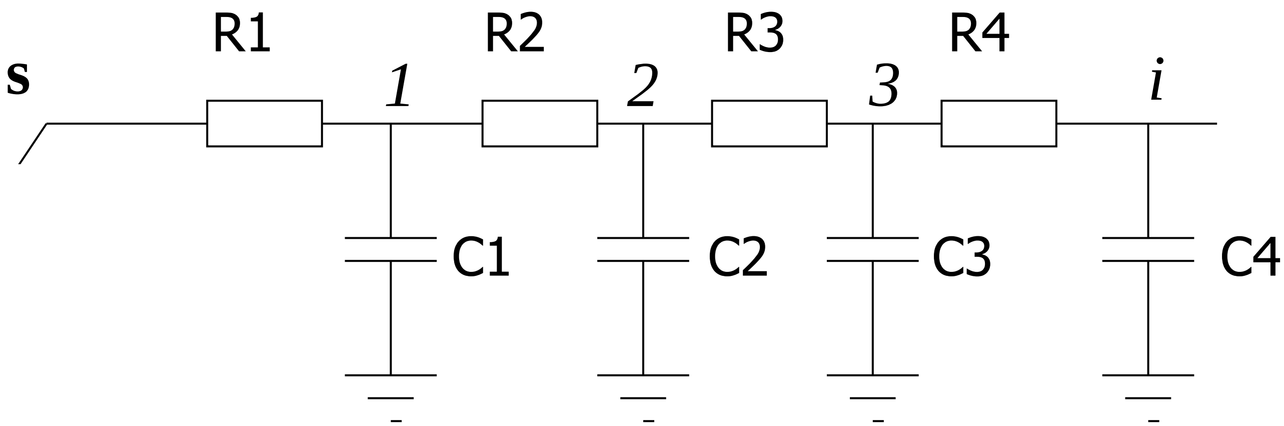
3. 分量匹配法。

- 基本思路:用一个简单的多项式逼近电路的脉冲响应。此方法计算过程中涉及脉冲响应的分量一般情况下阶数取得大，精度高，但计算复杂耗时。
- 缺点：合适阶数的选取困难，选择不当会引起不稳定问题。
- 分量匹配法的典型代表是AWE（asymptotic waveform evaluation，渐进波形估计）。

4. 其他方法。

Elmore延迟

$$T_D = \sum_{all\ node} R_{nk} C_k$$ （无分支的**RC**链）



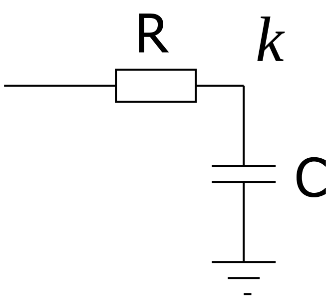
举例：

$$T_D = \sum_{all\ node} (\text{从源端到节点}\boldsymbol{k}\text{的电阻}R) \bullet C_k$$

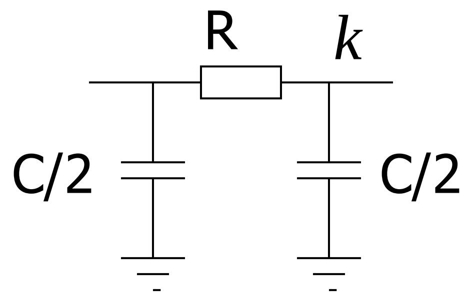
$$= R_1C_1 + (R_1 + R_2)C_2 + (R_1 + R_2 + R_3)C_3 + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)C_4$$

Elmore时间延迟计算模型

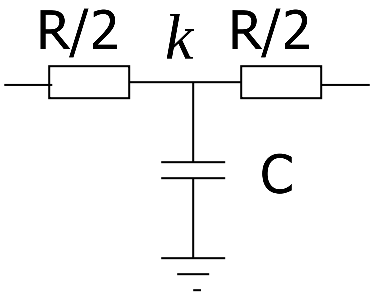
$$T_D = \sum_{all\ node} R_{nk} C_k$$



(a) L型



(b) Π型



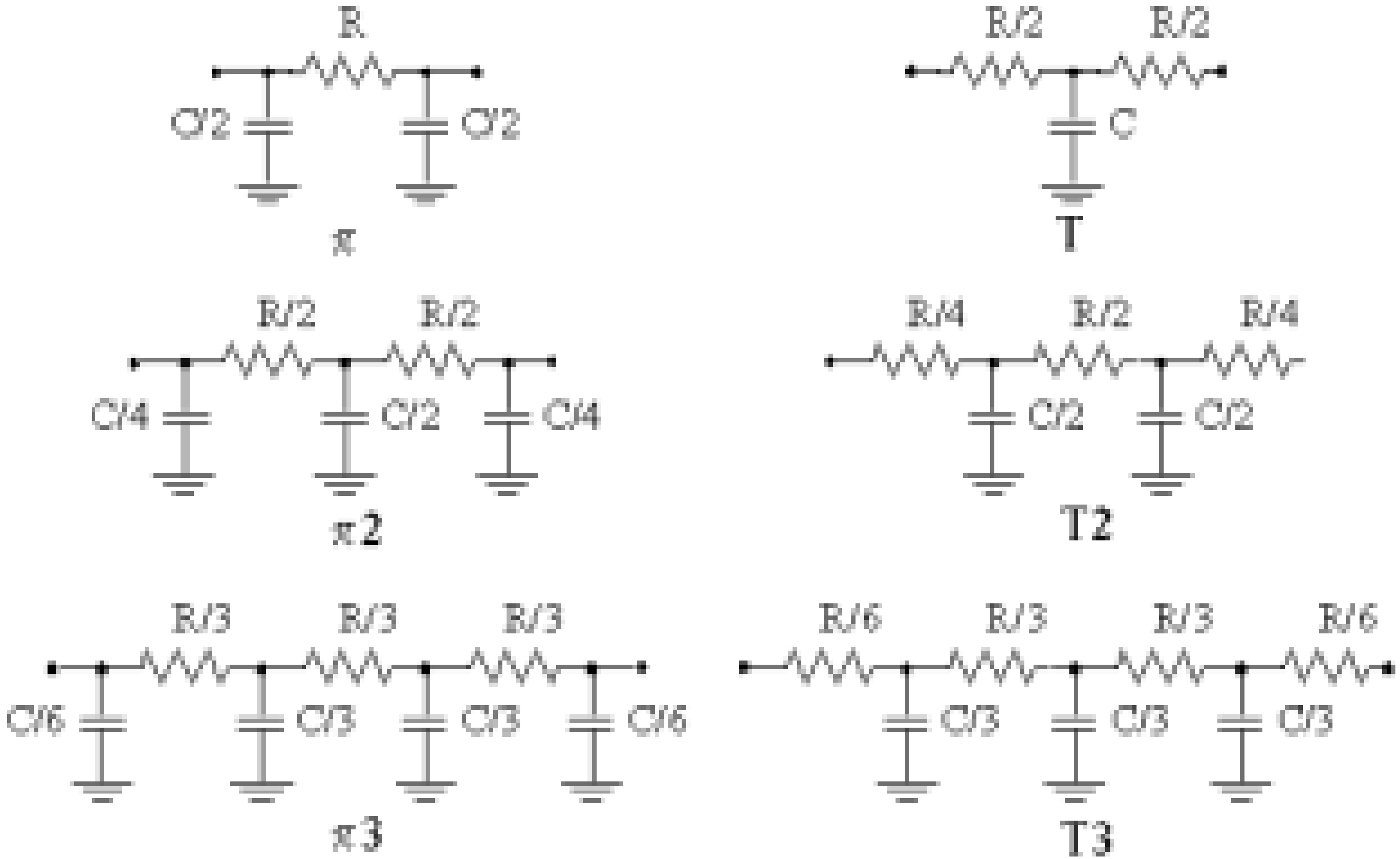
(c) T型

$$T_D = RC$$

$$T_D = \frac{1}{2} RC$$

$$T_D = \frac{1}{2} RC$$

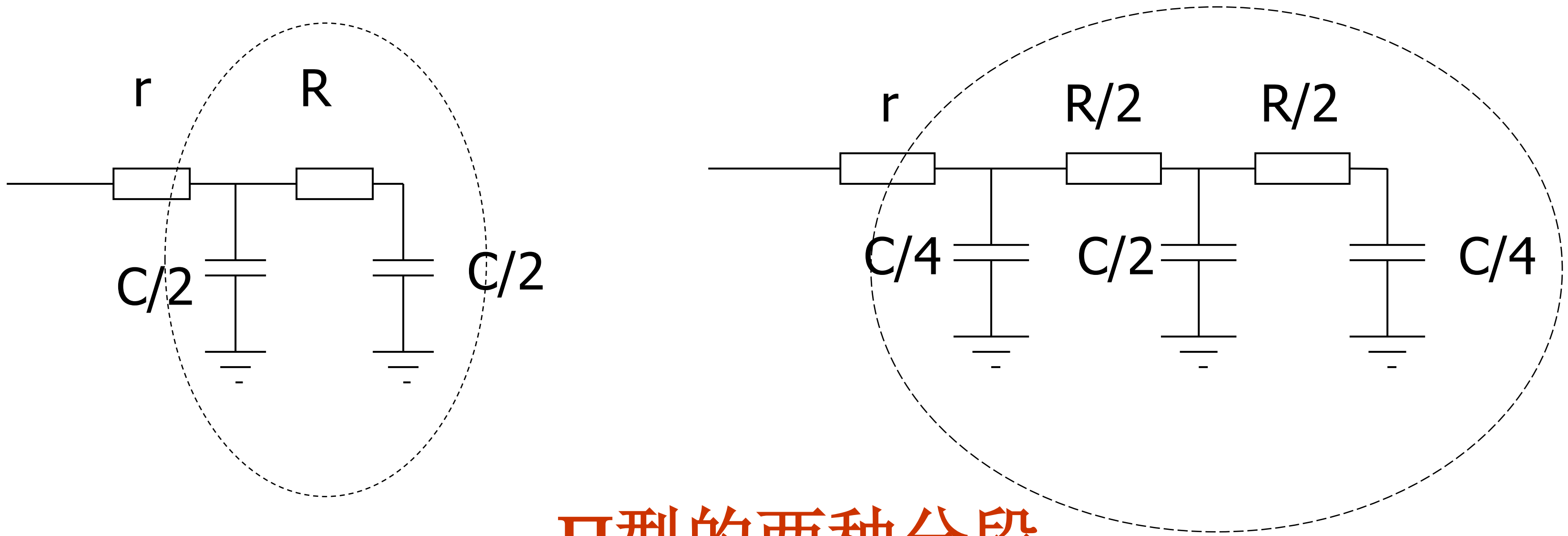
RC 模型


R
C/2
C/2
π
R/2
R/2
C
T
R/2
R/2
C/4
C/2
C/4
π2
R/4
R/2
R/4
C/2
C/2
T2
R/3
R/3
R/3
C/6
C/3
C/3
C/6
π3
R/6
R/3
R/3
R/6
C/3
C/3
C/3
T3

Π型 **T型**

时间延迟

$$T_D = \sum_{all\ node} R_{nk} C_k$$



Π型的两种分段

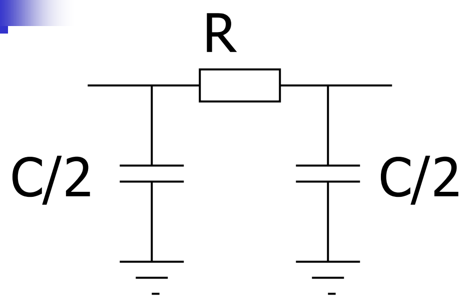
$$T_D = rC + \frac{1}{2}RC$$

$$T_D = rC + \frac{1}{2}RC$$

（Π型及T型的分段数目的选取不影响计算结果）

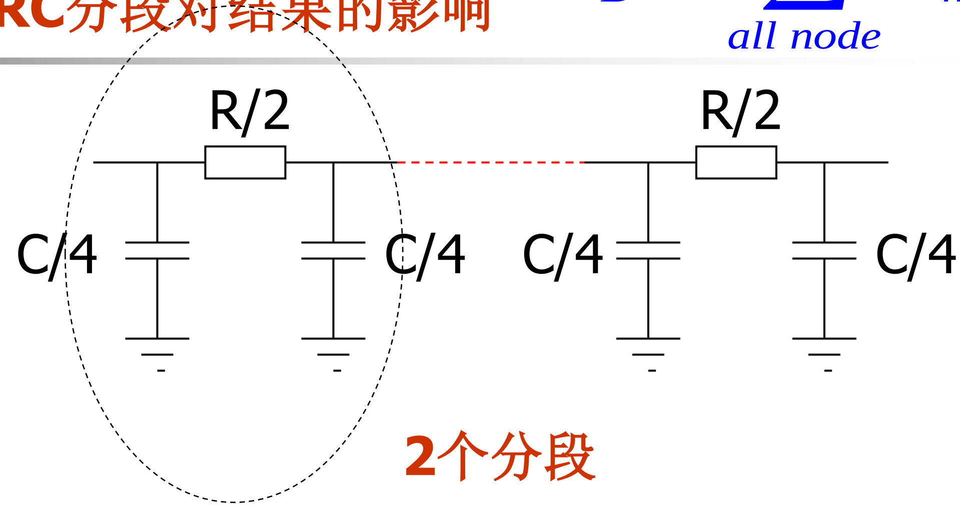
附：Elmore模型Π型RC分段对结果的影响

$$T_D = \sum_{all\ node} R_{nk} C_k$$



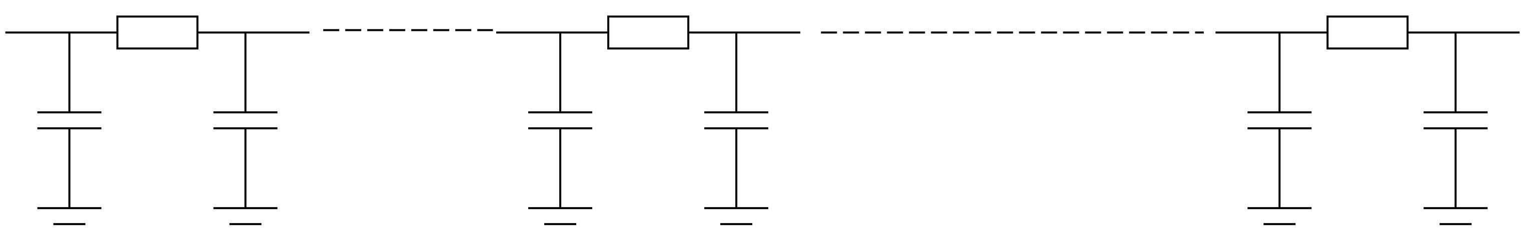
1个分段

$$T_d = \tfrac{1}{2} RC$$



2个分段

$$T_d = \tfrac{1}{2} R \cdot \tfrac{1}{2} C + (\tfrac{1}{2} R + \tfrac{1}{2} R) \cdot \tfrac{1}{4} C$$
$$= \tfrac{1}{2} R \cdot C$$

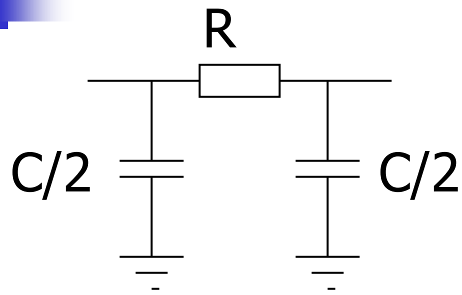


N个分段 $T_d =$

$$= \tfrac{1}{2} R \cdot C$$

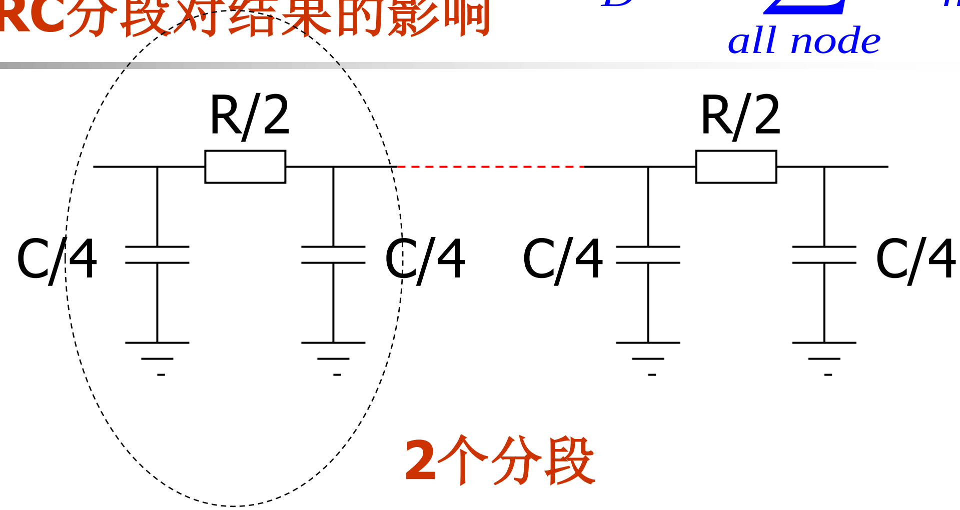
附：Elmore模型Π型RC分段对结果的影响

$$T_D = \sum_{all\ node} R_{nk} C_k$$



1个分段

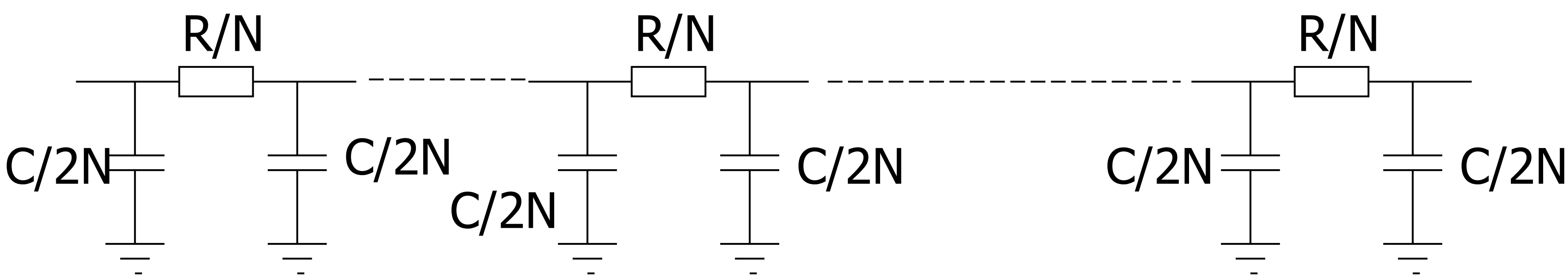
$$T_d = \frac{1}{2} RC$$



2个分段

$$T_d = \frac{1}{2} R \cdot \frac{1}{2} C + \left(\frac{1}{2} R + \frac{1}{2} R\right) \cdot \frac{1}{4} C$$

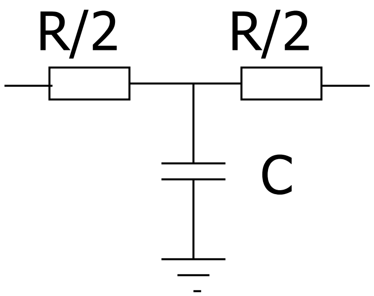
$$= \frac{1}{2} R \cdot C$$



N个分段 $T_d =$

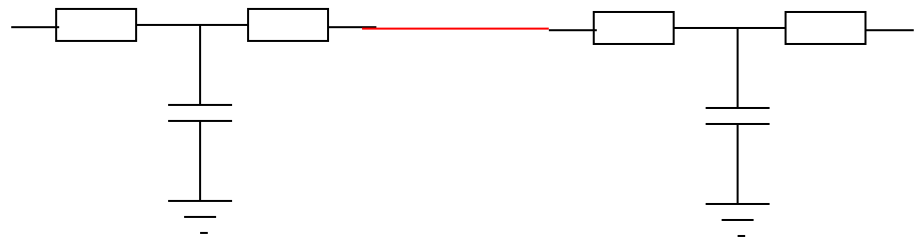
$$= \frac{1}{2} R \cdot C$$

附：Elmore模型T型RC分段对结果的影响



1个分段

$$T_d = \frac{1}{2}RC$$

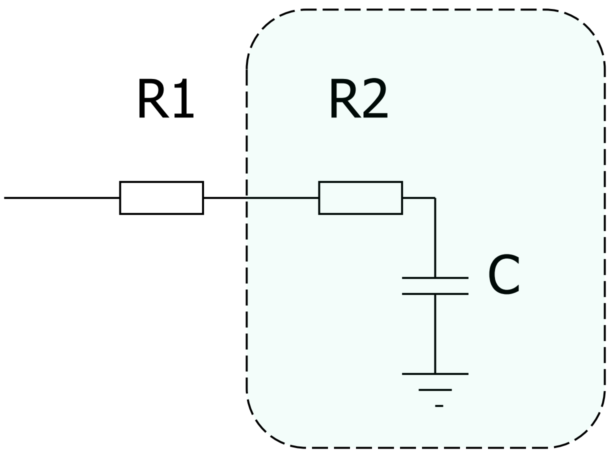


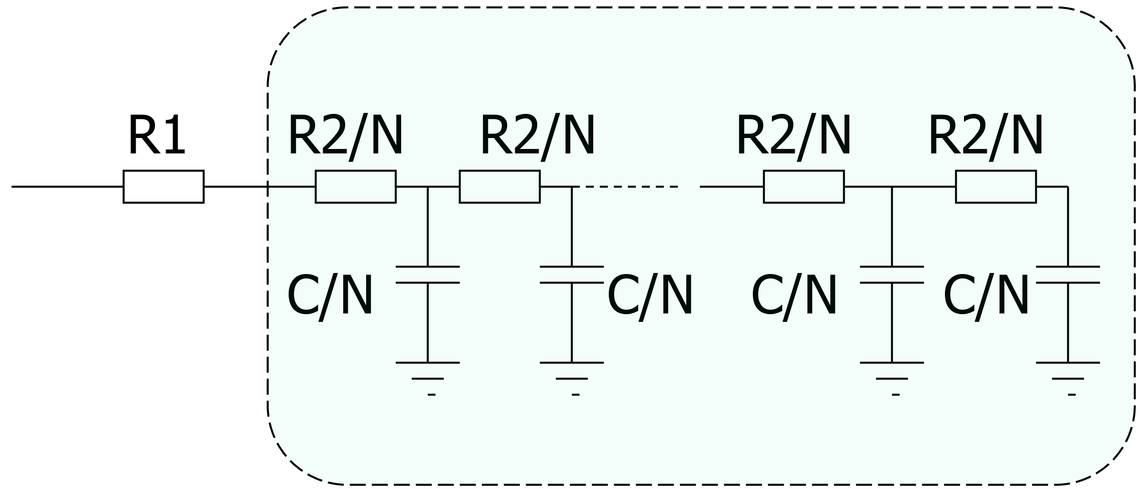
2个分段

N个分段

时间延迟

L型分段





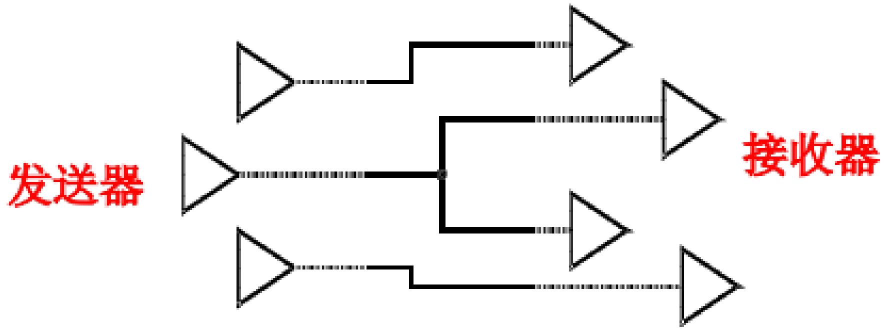
$$T_D = R_1C + R_2C$$

$$T_D = R_1C + \frac{R_2}{N}\frac{C}{N} + \frac{2R_2}{N}\frac{C}{N} + \cdots \frac{(N-1)R_2}{N}\frac{C}{N} + \frac{NR_2}{N}\frac{C}{N}$$

$$= R_1C + \frac{N+1}{N+N}R_2C \qquad (< R_1C + R_2C)$$

L 型分段增加时计算的总延时减少

导线及模型

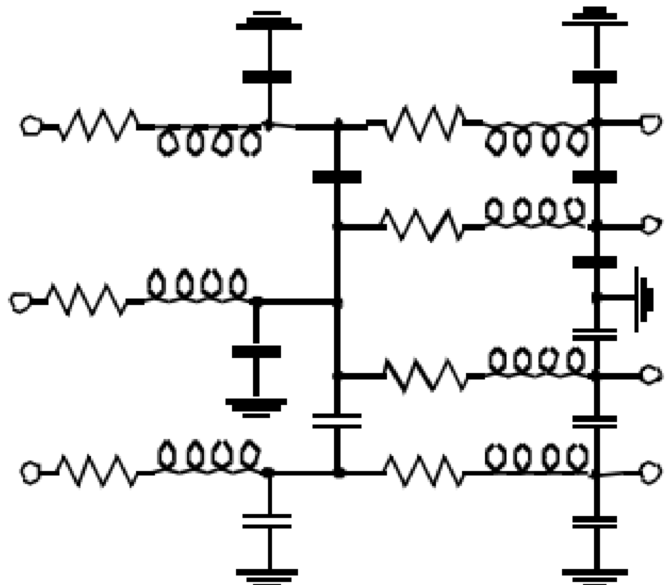


互连线将影响：

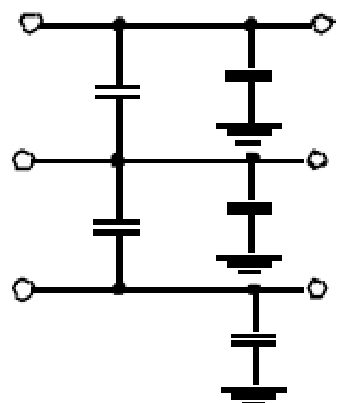
（1）可靠性

（2）性能

（3）功耗



完整模型（电阻＋电容＋电感）

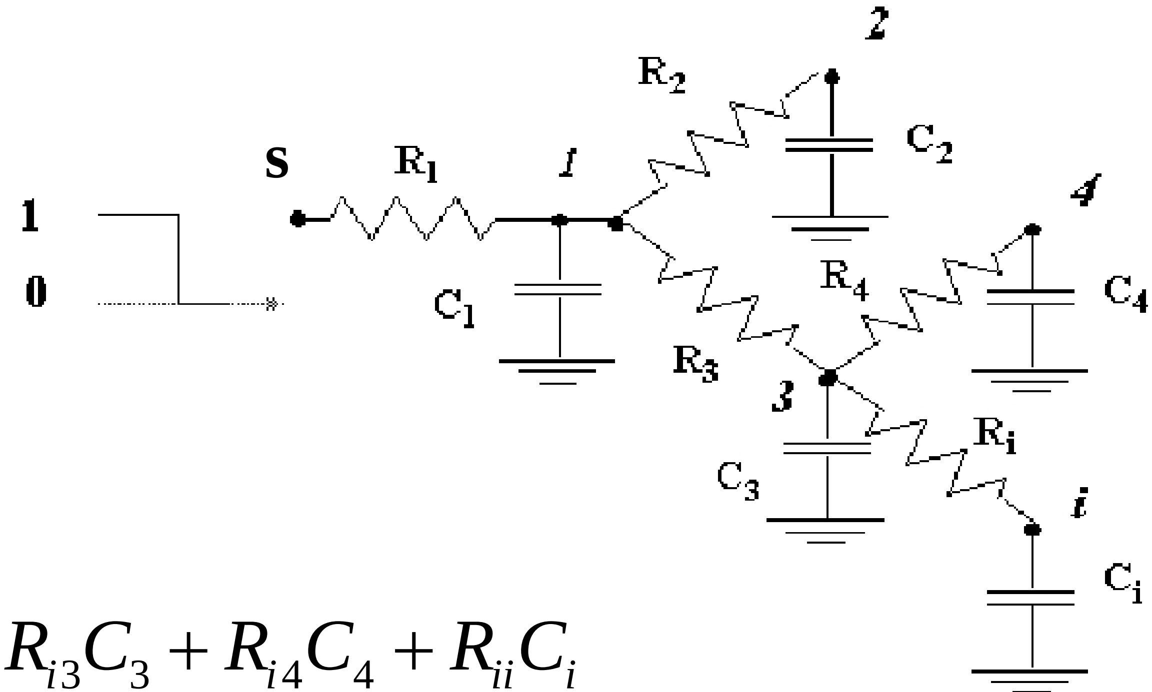


电容模型

Elmore延时计算 (有分支的RC链)

假设这一网络的**N**个节点中的每一个都被放电至地，并且在**t=0**时在节点源端**s**加一个阶跃输入，则在节点**i**处的**Elmore**延时为：

$$\tau_{Di} = \sum_{k=1}^{N} R_{ik} C_k$$

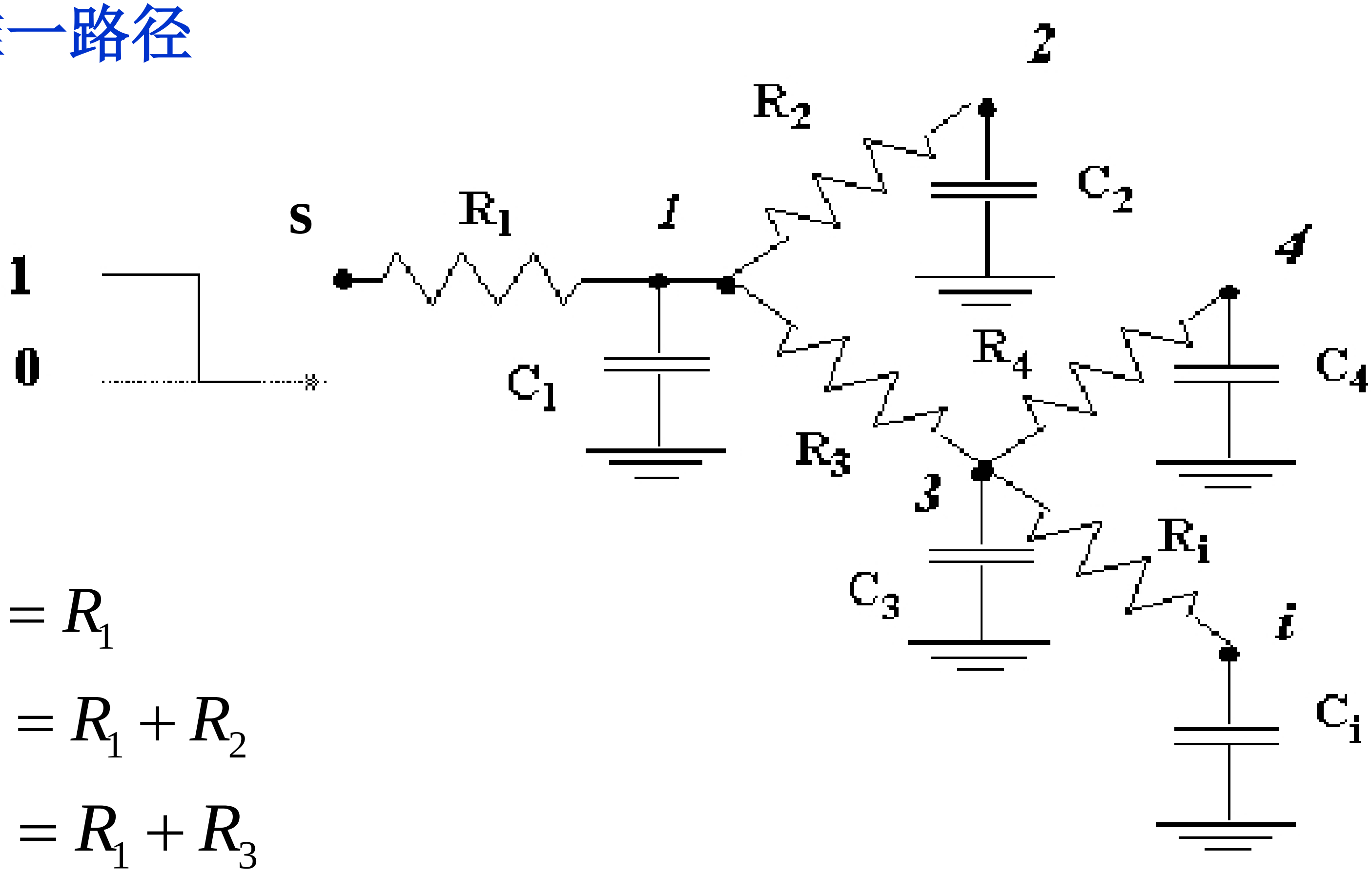


$$\begin{aligned}\tau_{Di} &= R_{i1}C_1 + R_{i2}C_2 + R_{i3}C_3 + R_{i4}C_4 + R_{ii}C_i \\ &= R_1C_1 + R_1C_2 + (R_1 + R_3)C_3 \\ &\quad + (R_1 + R_3)C_4 + (R_1 + R_3 + R_i)C_i\end{aligned}$$

（计算规则见后页说明）

Elmore延迟

路径电阻R_{ii}：在源节点s 和该电路的任何节点i之间存在的唯一路径



$$R_{11} = R_1$$

$$R_{22} = R_1 + R_2$$

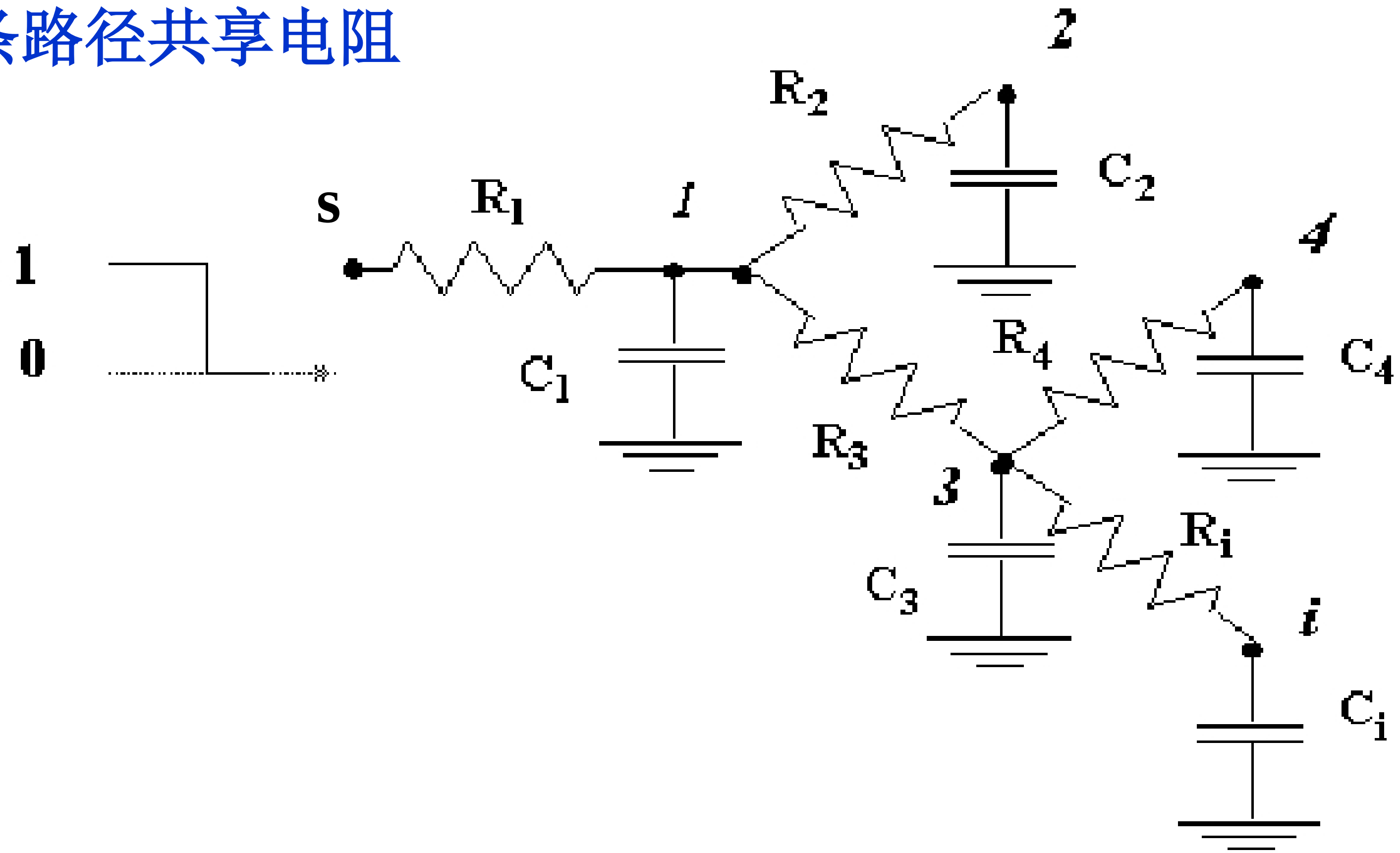
$$R_{33} = R_1 + R_3$$

$$R_{44} = R_1 + R_3 + R_4$$

$$R_{ii} = R_1 + R_3 + R_i$$

Elmore延迟

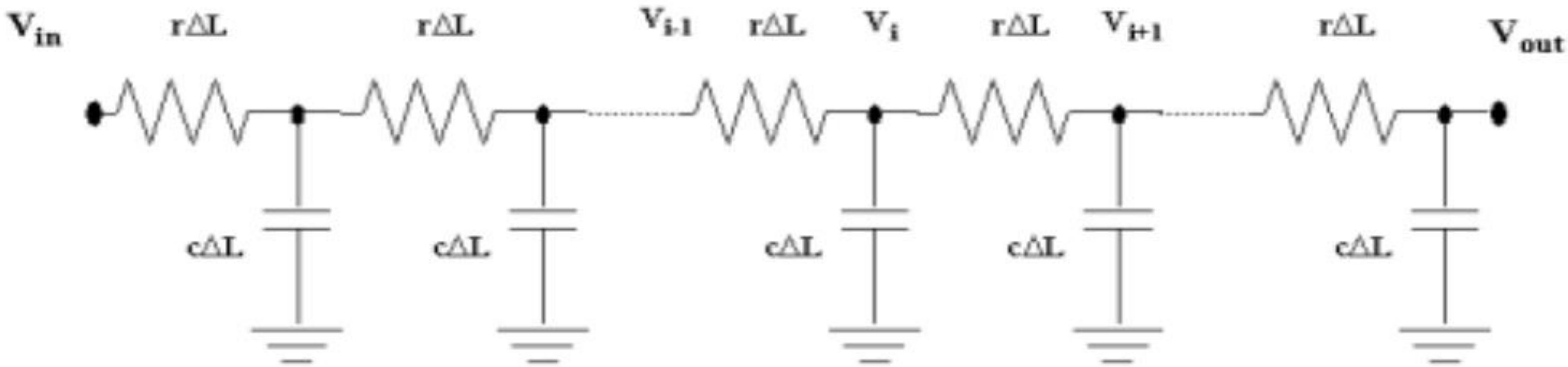
共享路径电阻**Rik**：在源节点**s**到节点**k**和节点**i**这两条路径共享电阻



$$R_{ik} = \sum R_j \Rightarrow (R_j \in [path(s \to i) \cap path(s \to k)])$$

例：$R_{i4} = R_1 + R_3$

RC 链的 Elmore 延时



$$\tau_N = \sum_{i=1}^{N} R_i \sum_{j=i}^{N} C_j = \sum_{i=1}^{N} C_i \sum_{j=1}^{i} R_j$$

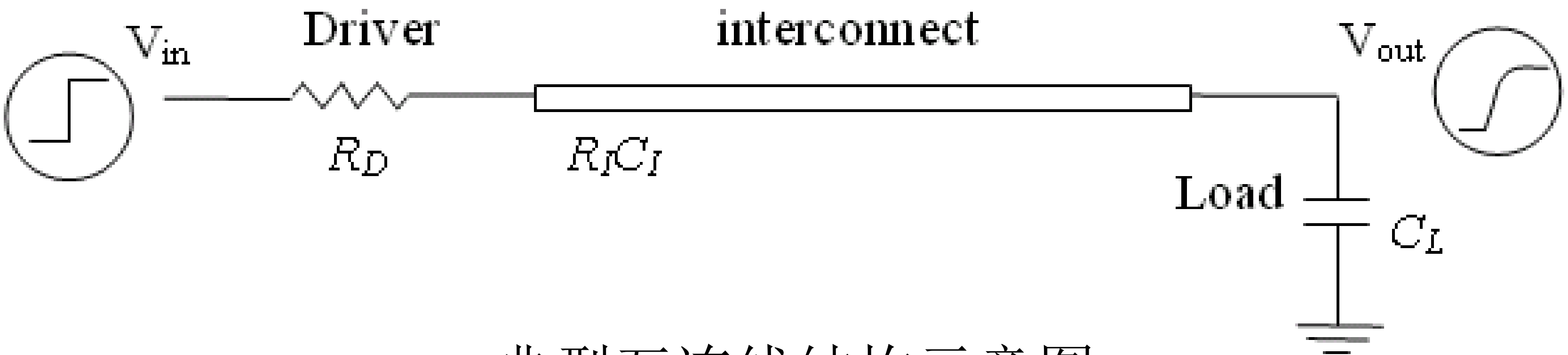
当导线由 *N* 个等长的导线段（*r*，*c*）组成时：

$$\tau_{DN} = \left(\frac{L}{N}\right)^2 (rc + 2rc + \ldots + Nrc) = (rcL^2)\frac{N(N+1)}{2N^2} = RC\frac{N+1}{2N}$$

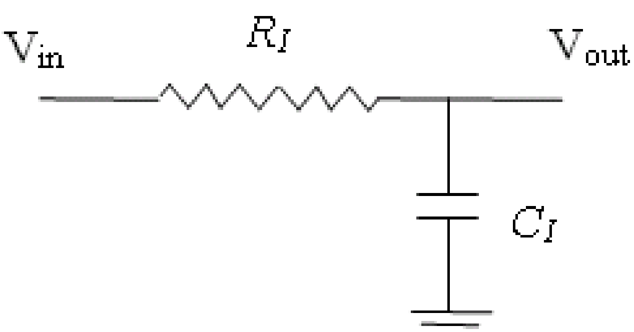
当 *N* 很大时：

$$\tau_{DN} = \frac{RC}{2} = \frac{rcL^2}{2}$$

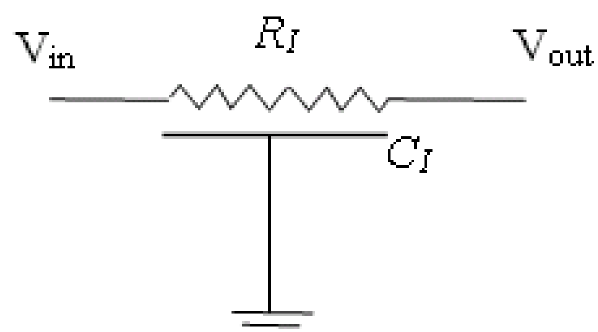
互连线 RC 模型



典型互连线结构示意图

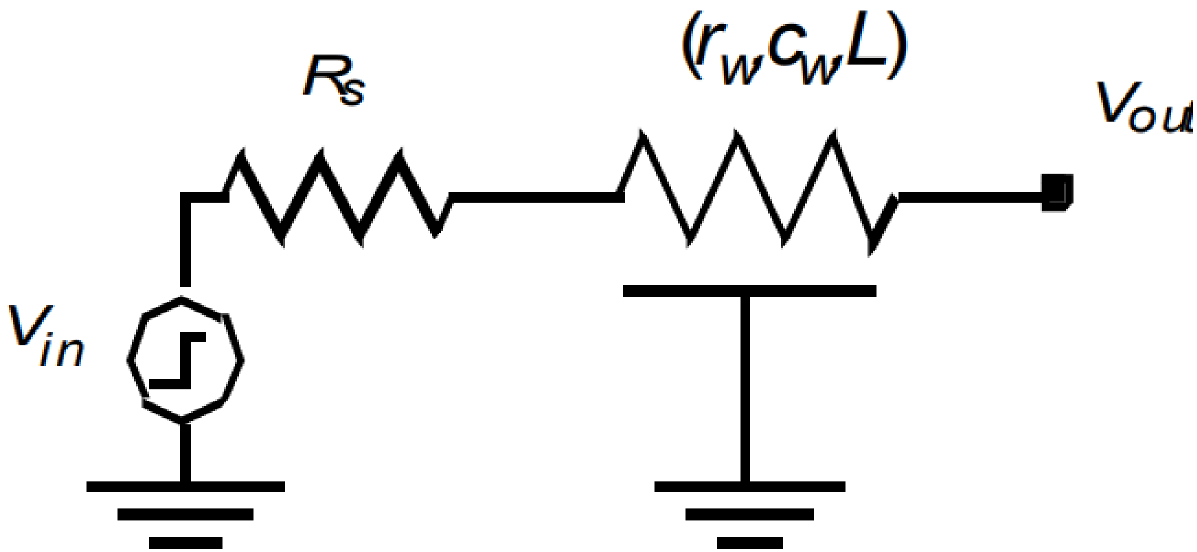


集总模型



分布模型

考虑驱动器内阻RS时RC线的延时



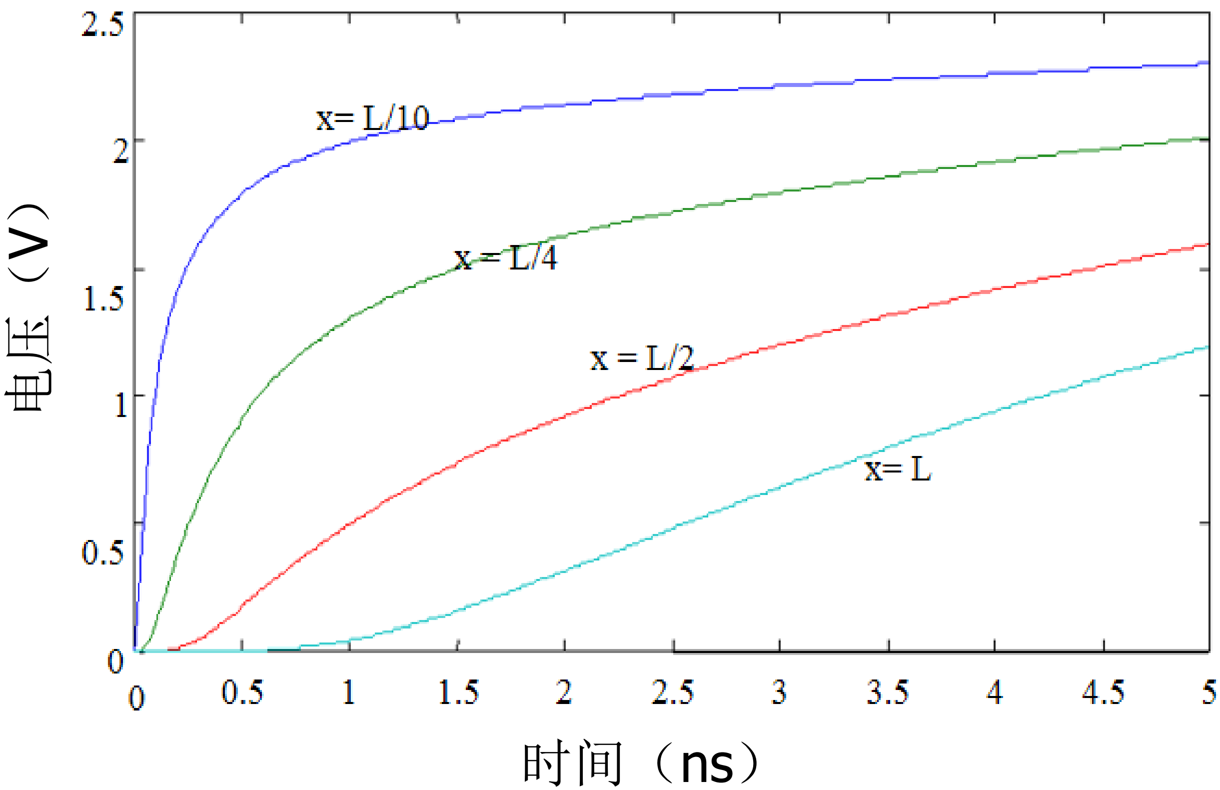
$$\tau_D = R_s C_w + \frac{R_w C_w}{2} = R_s C_w + 0.5 r_w c_w L^2$$

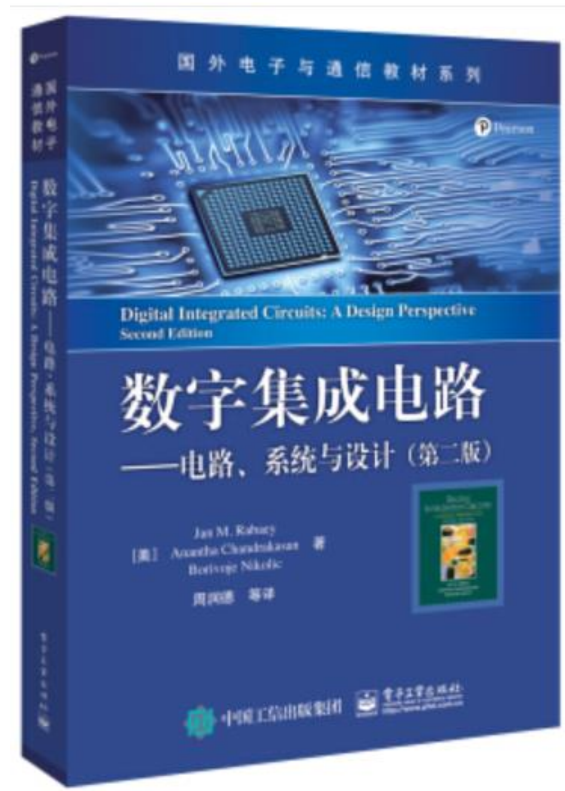
RC导线的阶跃响应（与时间、位置的关系）

节点i处的电压可以通过求解微分方程来确定：

$$c\Delta L\frac{\partial V_i}{\partial t}=\frac{(V_{i+1}-V_i)+(V_{i-1}-V_i)}{r\Delta L}$$

当$\Delta L \to 0$时，$$rc\frac{\partial V}{\partial t}=\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$$



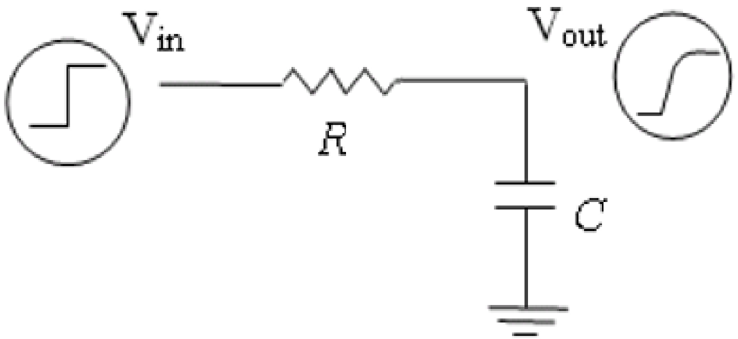


参考书：数字集成电路----电路、系统与设计，周润德译 第4章

补充：

电路响应：

$$V_{out}(t) = (1 - e^{-t/RC}) \cdot V_{in}$$



$$t = \tau \ln \frac{V_{in}}{V_{in} - V_{out}}$$

其中RC为电路的时间常数τ：

信号到达终值50%的时间:t = τ ln(2) = 0.69τ

信号到达终值63%的时间:t = τ ln(e) = τ

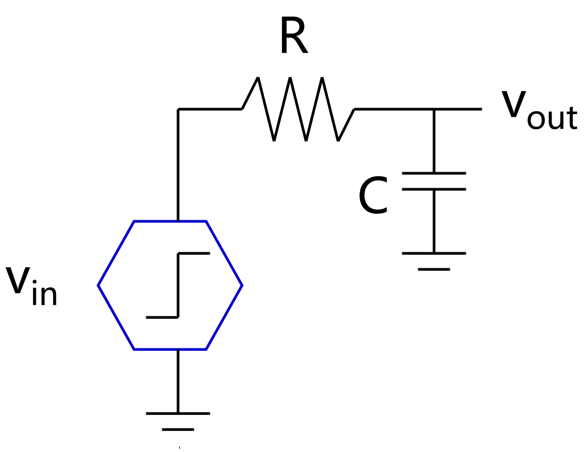
信号到达终值90%的时间:t = τ ln(10) = 2.3τ **($t_{0.9}$)**

信号到达终值10%的时间:t = τ ln(10/9) = 0.1τ **($t_{0.1}$)**

信号从10%到达终值90%的时间：t =τ ln(9) = 2.2τ **($t_{0.9}$ - $t_{0.1}$)**

补充：

- 用一阶 RC网络分析



$$v_{out}(t) = (1 - e^{-t/\tau})V$$

τ = RC，时间常数

到达50%的点的时间

$$t = \ln(2)\,\tau = \mathbf{0.69}\,\tau$$

由10%到达90%的点的时间

$$t = \ln(9)\,\tau = \mathbf{2.2}\,\tau$$

表 4.7 集总与分布 RC 网络的阶跃响应——一些有意义的参考点

电压范围	集总 RC 网络	分布 RC 网络
0→50% (t_p)	0.69RC	0.38RC
0→63% (τ)	RC	0.5RC
10%→90% (t_r)	2.2RC	0.9RC
0%→90%	2.3RC	1.0RC

总长为L的导线被分隔成完全相同的N段，每段长度为L/N，每段的电阻为rL/N，电容为cL/N。利用Elmore公式，该线的主要时间常数为：

$$T_{DN} = (rcL^2)\frac{N(N+1)}{2N^2} = RC\frac{N+1}{2N}$$

(L型估算)

其中：$R = rL, C = cL$为导线的集总电阻和电容。

N值很大时，趋近于分布rc连线。

$$T_{DN} = \frac{rcL^2}{2} = \frac{RC}{2}$$

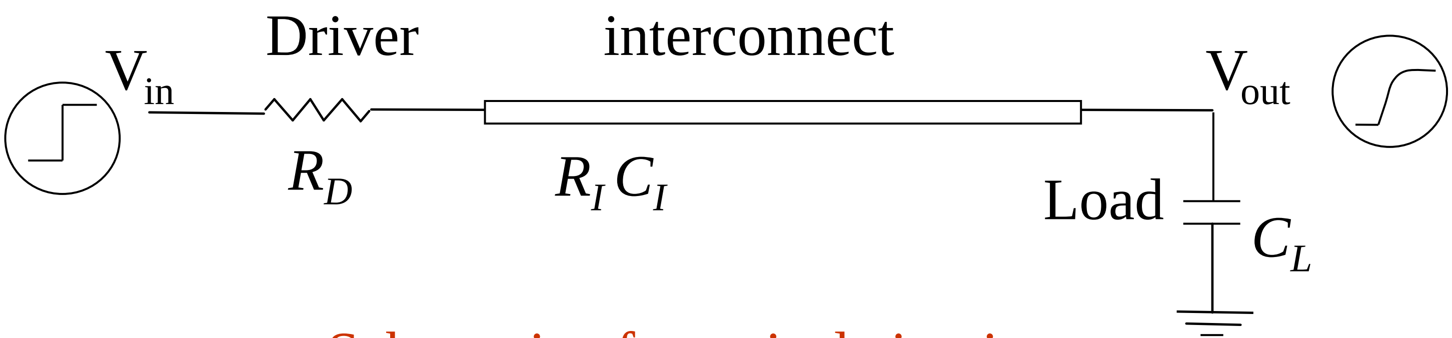
结论：集总模型对时间延时的估计比较保守

参考书：数字集成电路----电路、系统与设计，周润德译 第4章 p103-105

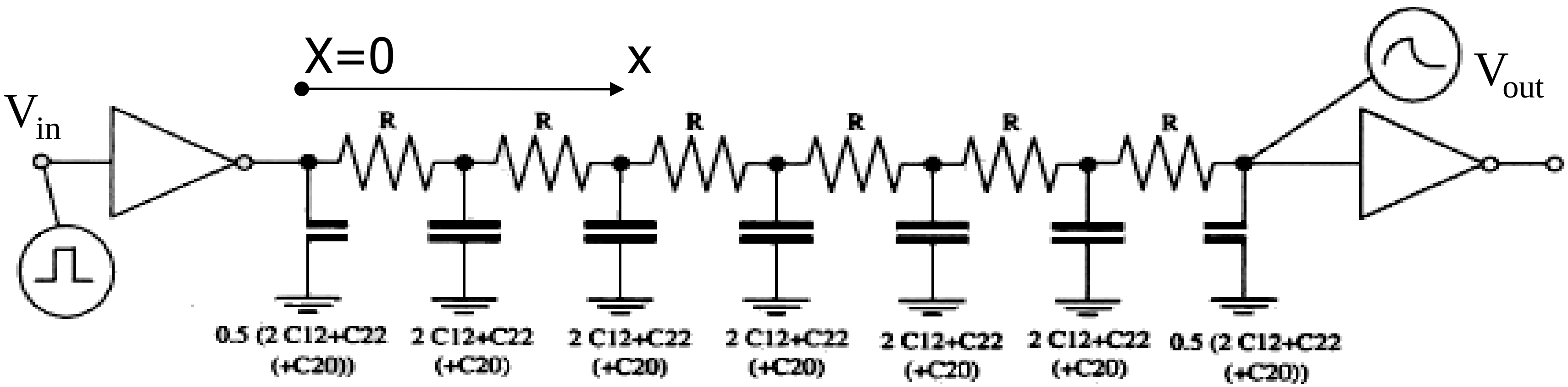
时间延迟 (Time delay)

$$V_{out}(t) = (1 - e^{-t/RC}) \cdot V_{in}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,t) = RC \frac{\partial}{\partial t} V(x,t)$$

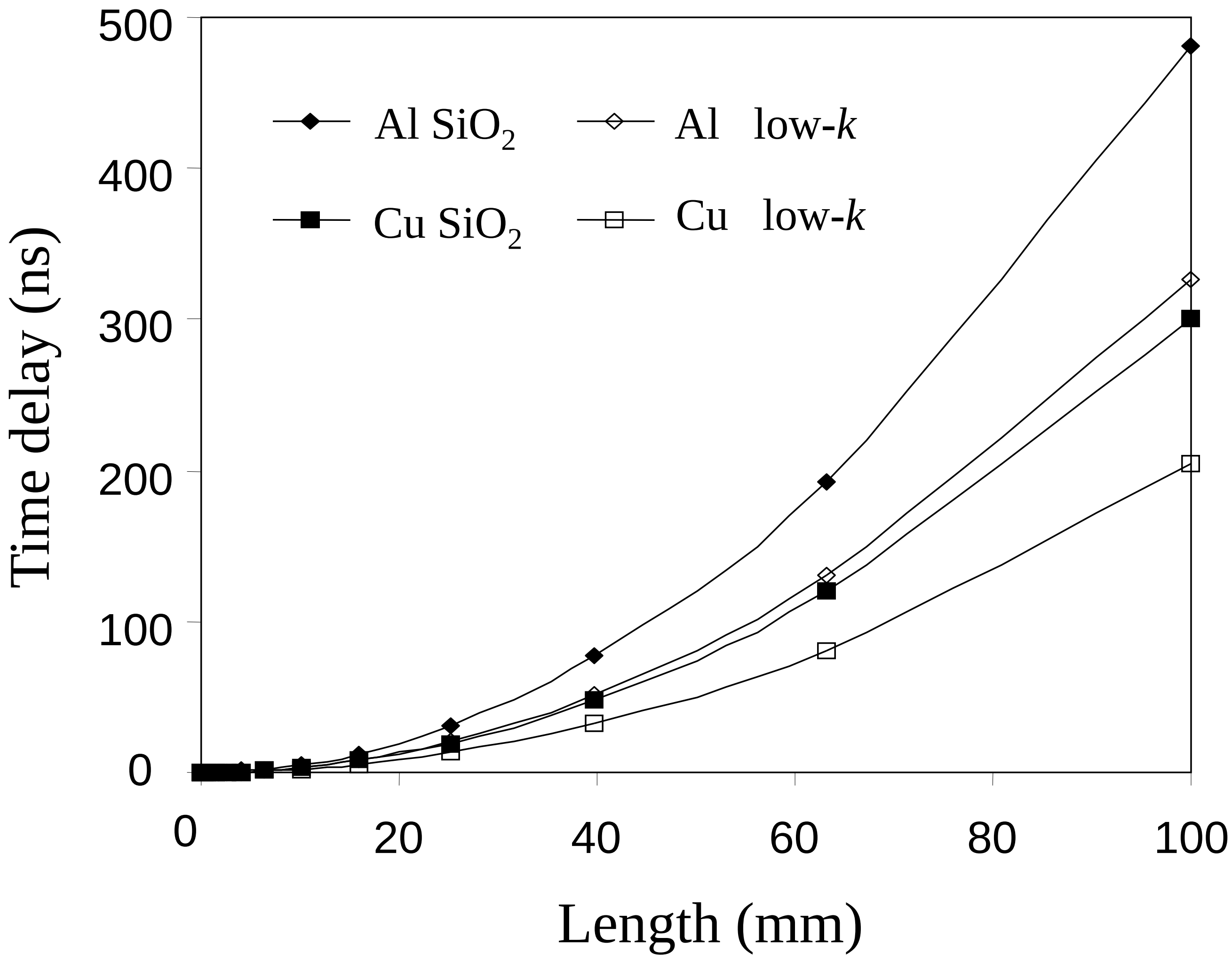


Schematic of a typical circuit



The circuit used for the time delay calculation.

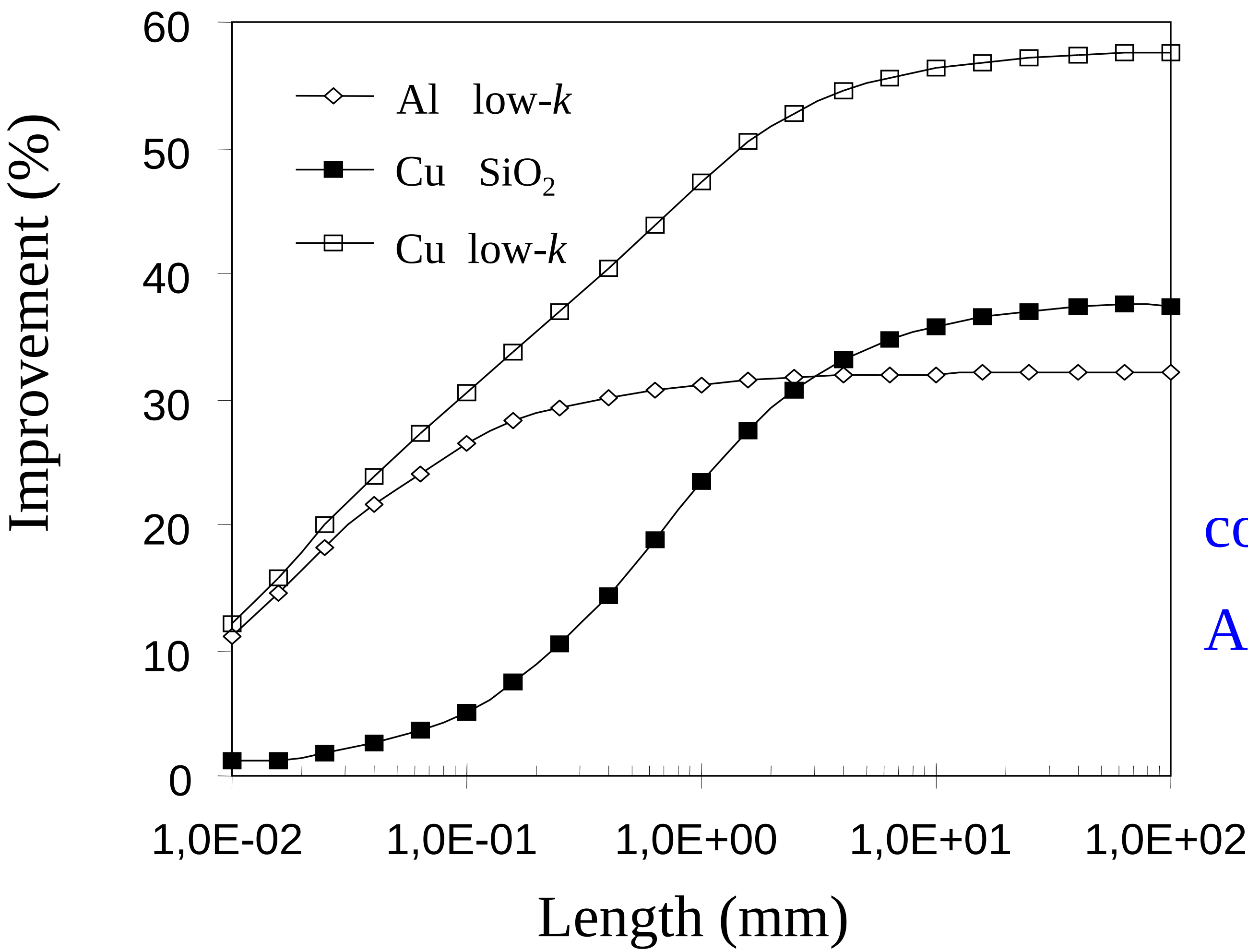
时间延迟



(W/P=0.3, T=0.5μm, H = 1 μm)

时间延迟改善情况

$$\left(\tau_{\text{conventional}} - \tau_{\text{i}}\right)/\tau_{\text{conventional}} \times 100\%$$



conventional case:

Al/low-*k*

(W/P=0.3, T=0.5μm, H = 1 μm)